Теорию переписываем сжато, но понятно. Примеры записываем и разбираем внимательно (подобные будут в самостоятельной работе)

Домашнее задание делаем и высылаем мне на электронную почту Nkrotenko2018@list.ru

Занятие1 (05.02.22)

Уточнение корня методом хорд

Хотя метод десятичного деления является универсальным методом численного решения различных типов уравнений, но применение этого метода требует большого объема весьма рутинных вычислений. Имеются менее универсальные методы, но для получения корня уравнения с той же степенью точности они требуют намного меньший объем вычислений. Одним из таких методов является комбинированный метод хорд и касательных.

Метод хорд. Пусть некоторый корень ξ уравнения $f(x) = 0$ отделен на отрезке $[a; b]$. Пусть функция $f(x)$ непрерывна, монотонна, имеет выпуклость одного знака (либо выпукла вверх, либо выпукла вниз) и принимает на концах значения разных знаков. График функции $y = f(x)$ проходит через точки $A(a; f(a))$ и $B(b; f(b))$ (рис. 2.10).

Искомый корень есть абсцисса ξ точки пересечения графика с осью Ox. Эту точку в общем случае найти трудно, вместо нее будем искать близкую к ней точку пересечения хорды AB с осью Ox (рис. 2.11). Обозначим абсциссу этой точки через ξ_1 и примем ее за приближенное значение корня данного уравнения. Рас-

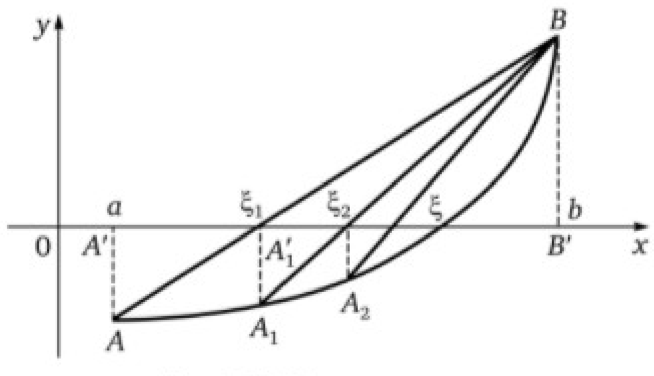

Рис. 2.11. **К методу хорд**

Уравнение хорды — это уравнение прямой, проходящей через точки A и B, имеет вид:

$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a}$$

Полагая в уравнении $y = 0$, $x = \xi_1$ (ξ_1 - точка пересечения хордой оси OX), получим

$$\frac{\xi_1 - a}{b - a} = \frac{-f(a)}{f(b) - f(a)}.$$

Решая уравнение относительно ξ_1, найдем
$$\xi_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a). \qquad (2.7)$$

Формула (2.7) называется *формулой метода хорд*.

Значение ξ_1 может оказаться недостаточно точным. Тогда ту же формулу применяют к отрезку $[\xi_1; b]$, получают значение ξ_2

и т.д. Продолжая этот процесс, придем к приближенному значению корня требуемой точности.

В формуле (2.7) a и b можно поменять местами — тогда получим формулу

$$\xi_1 = b - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)}(b - a). \qquad (2.8)$$

Ясно, что точка ξ обязательно окажется внутри отрезка [a; b]. Сравнением знаков функции в точках ***a, ξ, b*** находят утоненный нтервал, содержащий корень заданного уравнения.
Вычисления заканчиваются, когда разность между предыдующим и текущим значением корня не превзойдет заданной погрешности, т.е.

$$|\xi_n - \xi_{n-1}| \le \varepsilon$$

Пример

Методом хорд найти значение корня уравнения $2x^2 + 5x - 10 = 0$ на отрезке [1; 2] с точностью $\varepsilon = 0{,}01$

Решение:

f (1) = -3 < 0 $\rightarrow$ *f (1)*f (2) < 0 – условие сходимости выполнено.*
f (2) = 8 > 0

Ищем $\xi_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a). = 1 - \frac{-3}{8-(-3)}(2-1) = 1+3/11 \approx 1{,}2727$

$|1 - 1{,}2727| = 0{,}2727 > 0{,}01 = \varepsilon$

2-ая итерация

f (1) = -3 < 0
f (1,2727) = $2\cdot 1{,}2727^2 + 5\cdot 1{,}2727 - 10 \approx -0{,}3967$ *<0*
f (2) = 8 > 0
*f (1,2727)*f (2) < 0* $\rightarrow$ *условие сходимости выполнено на* [1,2727; 2]

$\xi_2 = \quad 1{,}2727 - \dfrac{-0{,}3967}{8-(-0{,}3967)}(2-1{,}2727) \approx 1{,}3071$

$|\ 1{,}3071 - 1{,}2727| = 0{,}0344 > 0{,}01 = \varepsilon$

3-я итерация

f (1,2727) $\approx$ *-0,3967 <0*

f (1,3071) = $2\cdot 1{,}3071^2 + 5\cdot 1{,}3071 - 10 \approx -0{,}0476$ *<0*

f (2) = 8 > 0

*f (1,3071)*f (2) < 0* $\rightarrow$ *условие сходимости выполнено на* [1,3071; 2]

$\xi_3 = \quad 1{,}3071 - \dfrac{-0{,}0476}{8-(-0{,}0476)}(2-1{,}3071) \approx 1{,}3112$

$|\ 1{,}3071 - 1{,}3112| = \underline{0{,}0041 < 0{,}01} = \varepsilon$!!!

Ответ: ***x*** $\approx$ ***1,3112***

Домашнее задание

Методом хорд найти отрицательный корень уравнения $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$ на отрезке $[-2; -1]$ с точностью $\varepsilon = 0{,}001$