Срок сдачи 31.01.22г.

Учебник Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449006

Решение простейших и сводящихся к ним показательных уравнений

Изучить § 18 пункт 1. Записать способы решения показательных уравнений.

1) **Метод уравнивания показателей** основывается на том свойстве, что, если основания степеней равны, то равны и показатели степеней. Поэтому при использовании данного метода необходимо левую и правую часть уравнения привести к степени с одинаковыми основаниями. Затем приравниваем показатели и решаем получившееся уравнение.

Например, $0{,}2^{x-0{,}5} \cdot 0{,}2^{0{,}5} = 0{,}2^{-1} \cdot (0{,}2^2)^{x-1}$

Используя свойства степеней, упрощаем выражения в обеих частях уравнения.

$0{,}2^x = 0{,}2^{2x-3}$

$x = 2x - 3$

$x = 3$

Ответ: 3

2) **Метод введения новой переменной** используется в случае, когда после упрощения обеих частей уравнения появилась возможность обозначить какую-то степень другой переменной и, при этом, все остальные степени также будут выражаться через введённую переменную.

Например, $4^x + 8 = 6 \cdot 2^x$

$(2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

Введём новую переменную: $2^x = t,\ t > 0$, тогда уравнение принимает вид:

$t^2 - 6t + 8 = 0$

(t_1 и t_2 можно найти с помощью дискриминанта)

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = 2, \\ t_2 = 4. \end{array}\right.$$

Возвращаемся к исходной переменной:

$$\left[\begin{array}{l} 2^x = 2, \\ 2^x = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2^1, \\ 2^x = 2^2, \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1, \\ x_2 = 2. \end{array}\right.$$

Ответ: 1; 2.

3) **Метод разложения на множители**, в частности, вынесения общего множителя за скобки, используется в том случае, когда степени, входящие в уравнение имеют одинаковые основания и коэффициенты перед переменной в показателе степени также одинаковы.

Например, $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$

Оба слагаемых, стоящих в правой части уравнения, имеют общий множитель 7^{x+1}. Вынесем его за скобки (напомним, что вынести за скобки – значит разделить каждое слагаемое на этот общий множитель, а при делении степеней показатели вычитаются).

$7^{x+1} \cdot (7 + 4) = 539$

$7^{x+1} = 49$

$7^{x+1} = 7^2$

$x + 1 = 2$

$x = 1$

Ответ: 1.

4) Метод почленного деления заключается в том, чтобы разделить каждый член уравнения, содержащий степени с одинаковыми показателями, но разными основаниями, на одну из степеней. Он применяется для решения однородных показательных уравнений.

Например, $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$

Разделим обе части уравнения на 3^{2x}. Это возможно сделать, т.к. значение показательной функции не может быть равным нулю.

$$3 \cdot \frac{2^{2x}}{3^{2x}} + \frac{2^x \cdot 3^x}{3^x \cdot 3^x} - 2 \cdot \frac{3^x}{3^x} = 0$$

$$3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^{x} - 2 = 0$$

Теперь можно сделать замену переменной: $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = t,\ t > 0$

$$3t^2 + t - 2 = 0$$

Решив это квадратное уравнение, находим корни:

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = -1 < 0 - \text{посторонний корень} \\ t_2 = \frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Возвращаемся к исходной переменной:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1}$$

$$x = 1$$

Ответ: 1.

5) Метод группировки заключается в том, чтобы собрать степени с одинаковыми основаниями в одной части уравнения, а затем разделить обе части уравнения на одну из степеней.

Например, $5^{2x} - 4^{x+1} = 4^x + 5^{2x-1}$

$$5^{2x} - 5^{2x} \cdot \frac{1}{5} = 4^x + 4^x \cdot 4$$

$$25^x \cdot \frac{4}{5} = 4^x \cdot 5$$

Разделим обе части уравнения на $\left(4^x \cdot \frac{4}{5}\right)$, получим уравнение:

$$\left(\frac{25}{4}\right)^{x} = \frac{25}{4}$$

$$x = 1$$

Ответ: 1.

Задания для самостоятельного выполнения.

Решить уравнения:

1) $2^{3x} = 128$;
2) $4^x = \frac{1}{16}$;
3) $3^x - 3^{x+3} = -78$;
4) $4^x + 3 \cdot 2^x = 10$;
5) $\left(\frac{4}{5}\right)^{x} = \frac{25}{16}$;
6) $3^{x+2} + 3^x = 30$;
7) $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$.