

**Срок сдачи 1.02.22г.**

**Учебник Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449006>**

### **Показательные неравенства. Иррациональные уравнения.**

Изучить по указанному учебнику § 19 (показательные неравенства) и § 11 (1) (иррациональные уравнения). Составьте краткий конспект выпишите приведенные примеры.

*По данному образцу выполните задания.*

Образец решения неравенств.

#### **Пример 1**

Решить неравенство

$$3^x > 27$$

Для решения такого вида неравенства вначале необходимо и левую и правую часть привести к одному основанию степени. Так как 27 это 3 в кубе, то получим

$$3^x > 3^3$$

Далее необходимо воспользоваться следующим правилом: если основания степени больше 1, то знак неравенства остается неизменным, если же меньше 1, то знак неравенства необходимо поменять на противоположный.

В нашем случае основание – число 3, больше единицы, следовательно можем «отбросить» основания без изменения знака неравенства, получим

$$x > 3$$

#### **Пример 2**

$$4^{2x} \geq 64$$

$4^{2x} \geq 4^3$  основание степени больше 1, знак неравенства не изменяется

$$2x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$x \geq 1,5$$

Ответ: (1,5; +∞)

#### **Пример 3.**

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \geq 81$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \geq 3^4$$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$  основание степени меньше 1, знак неравенства необходимо поменять на противоположный

$$2x \leq -4$$

$$x \leq -2$$

Ответ:  $(-\infty; -2)$

**Пример 4.** Решить неравенство  $2^{x^2-8x+18} > 8$

Так как 8 это 2 в кубе, то получим

$$2^{x^2-8x+18} > 2^3$$

Воспользуемся правилом, так как 2 больше единицы, следовательно можем «отбросить» основания без изменения знака неравенства, получим

$$x^2 - 8x + 18 > 3$$

$$x^2 - 8x + 15 > 0$$

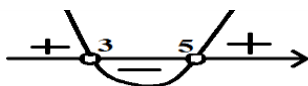
Решим неравенство методом интервалов. Приравняем к нулю:

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

По теореме Виета, получаем корни

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 3$$

Отметим корни на числовой прямой и расставим знаки



Ответ:  $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ .

### Задачи для самостоятельного решения:

- 1)  $2^x \geq 4$
- 2)  $0,6^{x^2+3x} \geq 1$
- 3)  $5^x \leq 125$
- 4)  $0,3^{x+4} \leq 0,3^2$

Образец решения иррациональных уравнений.

### Пример 5

Решить уравнение  $\sqrt{16-x} = x - 10$

Для того, чтобы избавиться от корня возведем обе части уравнения в квадрат

$$(\sqrt{16-x})^2 = (x-10)^2$$

$$16-x = x^2 - 20x + 100$$

Перенесем все в левую часть уравнения

$$16-x-x^2+20x-100=0$$

$$-x^2+19x-84=0$$

$$x^2 - 19x + 84 = 0$$

Получили квадратное уравнение. Решим его с помощью дискриминанта

$$D = 361 - 336 = 25 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{19 - 5}{2} = 7 - \text{посторонний корень}$$

$$x_2 = \frac{19 + 5}{2} = 12$$

Мы знаем, что в корне четной степени должно быть неотрицательное число, то есть

$$16 - x \geq 0$$

$$x \leq 16$$

С другой стороны, значение корня также не может быть отрицательным числом, то есть правая часть уравнения также должна быть неотрицательной

$$x - 10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 10$$

Проверка.

$x_1 = 7$  посторонний корень

$$16 - 7 > 0 \quad 7 - 10 < 0$$

$x_2 = 12$

$$16 - 12 > 0 \quad 12 - 10 > 0$$

Ответ: 12.

### **Задачи для самостоятельного решения**

1)  $\sqrt{3x + 1} = x - 3$

2)  $\sqrt{2x - 1} = x - 2$

3)  $\sqrt{2x + 3} = 6 - x$

4)  $\sqrt{x + 1} = x - 5$